durch einen Punkt P, entsprechend den zwei Tangenten aus Δ an die conische Polare des Punktes. Deshalb und auch zum Unterschiede von einem System bei einer Curve C^4 nannten wir dieses System eine „Schaar“, und wir wollen kürzehalb diese Bezeichnung auch für's Folgende beibehalten.

Von den Poloconiken dieser Schaar berührt nur eine die Gerade g im Tangentialpunkte Δ' mit C^2; ihr entspricht die Tangente von C^4 in Δ.

Soll jeder Strahl aus Δ die Curve hier in zwei benachbarten Punkten schneiden, so müssen unbedingt alle Poloconiken der Schaar die Gerade g in Δ' tangiren. Dies ist aber nur möglich, wenn Δ' ein Punkt der Hesse'schen Curve und g die zugehörige Tangente ist.

Es ist sonach für das Zustandekommen eines Doppelpunktes nothwendig, dass der Kegelschnitt C^2 die Hesse'sche Curve einfach berühre. — Der Doppelpunkt ist dann der conjugirte Pol des Berührungspunktes.

Zur Erhärtung dieses Resultates wollen wir noch in Kürze zeigen, dass in der That die gefundene Bedingung auch immer erfüllt wird, und greifen zu dem Ende zum 3. Artikel zurück.

Dort haben wir bewiesen, dass das Büschel der quadratischen Polaren, die durch Δ und die Berührungspunkte B, B' des einen Tangentenpaares t, t' aus Δ laufen, in diesem Punkte eine feste Tangente δ hat. Der Punkt Δ ist somit ein Doppelpol und liegt als solcher auf der Hesse'schen Curve. Seine gerade Polare berührt diese im conjugirten Pol Δ' und den Kegelschnitt C^2 in jenem Punkte, dem das Tangentenpaar t, t' als conische Polare entspricht: also beide Curven an derselben Stelle, — was zu beweisen war.

7. Die C^2 in Δ' osculirenden Poloconiken entsprechen den Doppelpunktstangenten von C^4. Letztere tangiren demnach die conischePolareπ^2 des auf C^2 gelegenen Nachbarpunktes p von Δ'.

Obzwar nun Δ unendlich nahe an π^2 liegt, weil dieser Kegelschnitt die Pole der Geraden $\overline{\Delta' p}$ enthält und von denselben zwei sich in unmittelbarer Nähe von Δ befinden; so sind dennoch die Tangenten getrennt und verschieden, und zwar deshalb, weil die Krümmung von π^2 in der Nähe von Δ eine unendlich gross werdende ist. Was daraus zweifellos hervorgeht, dass π^2 auch