

Ebene $B_1 C_1 C$ zur Collineationsebene, ordnet überdies einem Punkt D des ersten Hyperboloids einen Punkt D' des zweiten zu, so wird die zu jenem collineare Fläche ein durch die Geraden $g, B_1 B, C_1 C$ und durch den Punkt D' gehendes Hyperboloid sein, das überdies den gegebenen Kegelschnitt in B_1 osculirt. Dasselbe ist somit mit dem zweiten Hyperboloid identisch. Nun ist aber jeder Punkt von g und jede durch g gehende Ebene sich selbst zugeordnet; und dies erweist die Behauptung.

3. Wir wollen nun die erste Aufgabe in Angriff nehmen.

Gegeben ist eine Gerade g , auf ihr drei Punkte A, B, C , ferner drei durch diese Punkte resp. gelegten Kegelschnitte $(A), (B), (C)$. Es soll jenes Hyperboloid construirt werden, welches in A, B, C von den gegebenen Kegelschnitten osculirt wird.

Nennen wir Π das verlangte Hyperboloid und α, β, γ seine Berührungsebenen in den Punkten A, B, C ; dieselben sind durch g und die Tangenten der gegebenen Kegelschnitte bestimmt.

Betrachten wir alle Hyperboloide Π_0 , welche Π längs der Geraden g berühren und die Kegelschnitte (A) und (B) in A und B osculiren; dieselben werden mit Π ausser g insgesammt die zwei durch A und B gehenden Erzeugenden gemein haben. Sie mögen a und b heissen.

Ein beliebiges Hyperboloid Π_0 kann so erhalten werden. Durch C geht ausser g noch eine Erzeugende von Π_0 ; diese kann in der Ebene γ durch C beliebig gezogen werden. Trifft c die Ebenen λ und μ der Kegelschnitte (A) und (B) in den Punkten L und M , so werden die Schnitte von Π_0 mit λ und μ dadurch bestimmt sein, dass ersterer ein Kegelschnitt (L) sein muss, der durch L geht und (A) in A , letzterer ein Kegelschnitt (M) der M enthält und (B) in B osculirt, und dass die beiden Kegelschnitte (L) und (M) die Schnittlinie $\overline{\lambda\mu}$ von λ und μ in den nämlichen zwei Punkten treffen müssen. Diese zwei Punkte R und S sind vollkommen bestimmt, da alle durch L gehenden und (A) in A osculirenden Kegelschnitte einen Büschel bilden, ebenso die durch M gelegten und (B) in B osculirenden Kegelschnitte; beide Büschel bestimmen auf $\overline{\lambda\mu}$ zwei quadratische Involutionen, deren gemeinsames Punktepaar R, S ist. Hiedurch sind die Kegelschnitte (L) und (M) gefunden, also auch das Hyperboloid Π_0 .