

I.

Über den Zusammenhang von n beliebigen Geraden in der Ebene.

Von S. Kantor.

(Mit 2 Holzschnitten.)

(Vorgelegt in den Sitzungen am 25. October und 8. November 1877.)

Dem von drei beliebigen Geraden der Ebene gebildeten Dreiecke lässt sich stets ein Kreis umschreiben, weil durch die drei Eckpunkte und durch die zwei allen Kreisen der Ebene gemeinsamen Punkte ein Kegelschnitt eindeutig bestimmt wird.

Sind vier Gerade irgendwo in der Ebene gegeben, so können aus ihnen vier verschiedene Dreiseite geformt werden. Miquel hat in Liouville's J., T. IX bewiesen, dass die vier diesen Dreiseiten umschriebenen Kreise durch denselben Punkt gehen und von Steiner ist diese Eigenthümlichkeit dahin aufgeklärt worden, einerseits, dass jener Punkt der Brennpunkt der dem Vierseite eingeschriebenen Parabel und daher der Satz nur die Folge einer bekannten Parabeleigenschaft ist, andererseits (man vergl. Cr. J. Bd. 66, Geom. Betrachtungen, mitgetheilt von Geiser), dass jener Punkt als der neunte Schnittpunkt aller Linien dritter Ordnung auftritt, welche die sechs Ecken des Vierseits und die beiden unendlich fernen Kreispunkte enthalten.¹ Miquel ging in seinem Mémoire noch weiter; er bewies auf eine etwas künstliche Art, dass, wenn fünf Gerade der Ebene zu den fünf aus ihnen möglichen Vierseiten gruppiert werden, die diesen nach dem Vorhergehenden zugehörigen Punkte auf demselben Kreise liegen, also ein vollständiges Kreisfünfeck bilden.

Ich will bei späteren Anwendungen jenen Punkt den „Miquel'schen Punkt P_4 des Vierseits“ und diesen Kreis den „Miquel'schen Kreis K_5 des Fünfeites“ nennen.

¹ Allgemein: Die neun Ecken eines Vierseits und eines Dreiseits, welche beide demselben Kegelschnitte umschrieben sind, bilden die Basispunkte eines Curvenbüschels dritter Ordnung.