

Einige Sätze und Beweise zur Theorie der Resultante.

Von Dr. B. Igel.

I.

Die Resultante von zwei Gleichungen

$$\begin{aligned} f_1(x) &= a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0 = 0 \\ f_2(x) &= b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \dots + b_0 = 0 \end{aligned}$$

ist ursprünglich als die Bedingung, welche erfüllt werden muss, damit die beiden Gleichungen eine gemeinschaftliche Wurzel haben, aufgefasst worden. Von dieser Auffassung ausgehend, wurde ihre Bildung durch verschiedene Schlüsse und in verschiedener Weise gegeben. Man suchte ursprünglich eine symmetrische Function der Wurzeln, welche beim Vorhandensein einer gemeinsamen Wurzel verschwindet, und fand dieselbe in dem Producte der Substitutionsresultate, die man durch Substitution der Wurzeln der einen Gleichung an Stelle der Variablen in der anderen Gleichung erhält, also in den Ausdrücken:

$$1) \quad R = \prod_1^m f_1(\beta_\lambda) = \prod_1^n f_2(\alpha_\lambda),$$

wenn die Wurzeln von $f_1 = 0$ und $f_2 = 0$, respective

$$\begin{array}{c} \alpha_1, \alpha_2 \cdot \cdot \cdot \alpha_n \\ \beta_1, \beta_2 \cdot \cdot \cdot \beta_m \end{array} \text{ sind.}$$

Schon aus dieser Darstellung der Resultante ergab sich der fundamentale Satz, dass die Differentialquotienten der Resultante nach den Coefficienten der Gleichungen eine geometrische Progression bilden, deren Verhältniss die gemeinschaftliche Wurzel beider Gleichungen ist. In einer Formel ausgedrückt, lautet derselbe: