Zur Theorie der Functionen X_n^m.

Von Leopold Gegenbauer.

Differentiirt man die Gleichung:

$$1.)\quad X_n^m = \frac{m(m+2)\ldots(m+2n-2)}{\Pi(m+2n-1)}\left[(x^2-1)^{n+\frac{m-1}{2}}\right]^{(n+m-1)}$$

nach x, so erhält man:

$$2.)\quad \left[X_n^m\right]' = \frac{m(m+2)\ldots(m+2n-4)}{\Pi(m+2n-3)}\left[x(x^2-1)^{n+\frac{m-3}{2}}\right]^{(n+m-1)}.$$

Schreibt man diese Gleichung in der Form:

$$3.)\quad \left[X_n^m\right]' = \frac{m(m+2)\ldots(m+2n-2)}{\Pi(m+2n-3)}\left[(x^2-1)^{n+\frac{m-3}{2}}\right]^{(n+m-2)}$$

$$+\frac{m(m+2)\ldots(m+2n-6)}{\Pi(m+2n-5)}\left[(x^2-1)^{n+\frac{m-5}{2}}\right]^{(n+m-2)}$$

so sieht man, dass folgende interessante Relation besteht:

$$4.)\quad \left[X_n^m\right]' = (m+2n-2)X_{n-1}^m + \left[X_{n-2}^m\right]'.$$

Setzt man in dieser Formel: $n-2$, $n-4$, $n-6$, ... an die Stelle von n, und addirt alle sich ergebenden Gleichungen, so findet man schliesslich:

$$5.)\quad \left[X_n^m\right]' = (m+2n-2)X_{n-1}^m + (m+2n-6)X_{n-3}^m$$

$$+(m+2n-10)X_{n-5}^m + \ldots$$