

druck und folglich auch K_n niemals fallen kann, so lange die Wahrscheinlichkeit y innerhalb gewisser Grenzen liegt, sonst aber eben so wenig wie das Fehlergesetz näher bestimmt ist. Um die Eigenthümlichkeit dieser Frage näher zu bezeichnen, muß man berücksichtigen, daß die Annahme eines der Abscisse x entsprechenden Werthes der Ordinate y zwar einen Punkt P der Curve, keinesweges aber die Richtung der Tangente in demselben liefert, daß also u noch unendlich viele Werthe annehmen kann, so lange eben das Fehlergesetz unbestimmt bleibt. Indem man also x und y als gegeben, u aber als variabel betrachtet, geht man von einer Curve OPQ zu einer Reihe anderer Curven über, welche insgesamt durch P gehen und wovon jede einem andern Fehlergesetz entspricht: und indem man den Werth von u so bestimmt, dass U möglichst klein ausfällt, geht man zu einer bestimmten Grenzlage der Tangente, möglicher Weise also auch zu einer ganz bestimmten Curve über. Unter diesem Gesichtspunkte U nach u differentiirt, ergibt sich:

$$U' = \frac{(1-u)^n}{(y-u)^{n+1}} [u+n(1-y)-y] \cdot \frac{x^n}{n+1}$$

Nun ist U im Wachsen begriffen, wenn U' mit wachsendem u positiv, der Factor in der eckigen Klammer also ebenfalls positiv ist, wobei nicht unberücksichtigt bleiben darf, daß u niemals negativ werden kann, sondern beständig zwischen 0 und +1 liegt. Die letztere Bemerkung macht es nothwendig, bei Beurtheilung des Zeichens jenes Factors zu unterscheiden, ob in demselben der Ausdruck $n(1-y) - y$ an sich positiv oder negativ ist.

Ist dieser Ausdruck positiv, hat man also $y < \frac{n}{n+1}$, so kann U' nicht verschwinden, es fällt daher ein eigentliches Minimum von U nicht in das Bereich von $u = 0$ bis $u = 1$, welches hier, wie bemerkt, allein in Betracht zu ziehen ist. Es kann also hierbei nur von einem kleinsten Werth von U die Rede sein, welchem die Eigenschaft des Minimums nicht zukommt, und dieser wird, weil auch U mit wachsendem u wächst, selbstverständlich für $u = 0$ erhalten; er ist

$$= \frac{x^n}{(n+1)y^n}$$

und also beständig größer als K_n .