Zunächst ist klar, daß diese Wahrscheinlichkeit größer als jene des wahrscheinlichen Fehlers, nämlich größer als $\frac{1}{2}$ sein muß; denn da nach Art. 4 beständig $ay > x$ ist, so folgt, wenn $x = \frac{1}{2}a$ gesetzt wird, in der That $y > \frac{1}{2}$. Der Weg, zu einer weiteren Eingrenzung zu gelangen, liegt weniger nahe und macht die abermalige Benützung der Fig. 1 erforderlich.

Es sei P ein Punkt, dessen Abscisse $x = \frac{1}{2}a$, und dessen Ordinate $y = \eta$ die vorhin bezeichnete Wahrscheinlichkeit ist. Die Sehnen OP und PQ sind einander gleich, da aber der Bogen der ersteren stärker gekrümmt ist als der Bogen der letzteren Sehne, so ist auch der Inhalt des Segments OP größer als jener des Segments PQ.

Die letztere Behauptung, auf welche sich die nächst folgenden Bestimmungen stützen müssen, bedarf eines genaueren Nachweises.

Es seien P_1 und P_2 zwei Punkte der bisher betrachteten Curve, so gewählt, daß die Abscisse des ersteren der Abscissendifferenz $x_2 - x$ des letzteren und des Punktes P gleich ist, daß also

$$x_2 - x = x_1 \quad , \quad x_2 = \frac{1}{2}a + x_1$$

Nun läßt sich zeigen, daß das zwischen der Sehne und der Curve liegende Ordinatenstück C_1P_1 größer ist als jenes C_2P_2. Da nämlich:

$$C_1P_1 = y_1 - \frac{2y}{a}x_1 \quad , \quad C_2P_2 = y_2 - y - \frac{2(1-y)}{a}(x_2 - x)$$

und da einmal: $\quad 2y > 2(1-y) \quad$ weil $\quad y > \frac{1}{2}$

und dann: $\quad y_2 - y < y_1 \quad$ weil $\quad \frac{y_2 - y}{x_2 - x} < \frac{y_1}{x_1}$ nach Art. 4,

so folgt:

$$C_1P_1 < y_1 - \frac{2(1-y)}{a}x_1 \quad , \quad C_2P_2 > y_2 - \frac{2(1-y)}{a}x_1 .$$

Es ist also in der That

$$C_1P_1 > C_2P_2$$

so daß, wenn man das erstere Stück mit dx_1 und das letztere mit dx_2 multiplicirt und dann zwischen den bezüglichen Grenzen 0 und $\frac{1}{2}a$, $\frac{1}{2}a$ und a integrirt, wodurch die Inhalte der beiden Segmente