

Eine andere hierher zu zählende Frage betrifft den Ausdruck, wonach die Unsicherheit der Beobachtungen und der daraus abgeleiteten Resultate zu beurtheilen sei. Auch diese Frage läßt sich, in so lange die Allgemeinheit des Fehlergesetzes nicht beschränkt wird, nur auf Grund einer mehr oder weniger willkürlichen Hypothese erledigen; Laplace betrachtet als jenen Ausdruck die Summe aller absolut genommenen und mit ihrer relativen Wahrscheinlichkeit multiplicirten Fehler, Gauß dagegen die Summe der mit dieser Wahrscheinlichkeit multiplicirten Fehlerquadrate, woraus, wie bekannt, die beiden Arten mittlerer Fehler dieser Mathematiker erhalten werden.

Diese Bemerkungen glaubte ich vorausschieken zu müssen, um nun die Gegenstände, womit sich das Folgende beschäftigen wird, mit wenigen Worten bezeichnen zu können.

Blos aus den allgemein zulässigen, alsbald näher anzugebenden Eigenschaften des Fehlergesetzes, und ohne Zuhilfenahme irgend einer andern Hypothese, werden in Form von Ungleichheiten oder Eingrenzungen mehrere neue Relationen zwischen den Mittelwerthen beliebiger Potenzen der Beobachtungsfehler, zwischen der Wahrscheinlichkeit, daß der Beobachtungsfehler innerhalb gewisser Grenzen liege, so wie zwischen diesen Grenzen selbst abgeleitet, und hierdurch einige Sätze begründet, welche als weitgehende Folgerungen aus den wenigen, bezüglich des Fehlergesetzes zu Grund gelegten Prämissen, und — weil in ihnen die Grenzen der überhaupt möglichen Fehler durchaus als endliche Größen betrachtet werden — insbesondere auch als Gegenstand der Integralrechnung einige Beachtung zu verdienen scheinen. In letzterer Hinsicht schließt sich die vorliegende Arbeit an meine frühere, betitelt: „Allgemeine Formeln zur Schätzung und Grenzbestimmung einfacher Integrale“ (Sitzungsberichte der mathem.-naturw. Classe, Bd. 52) an. In so fern bereits bekannte Resultate in Rede kommen, werde ich nicht erman- geln, dies mit Angabe der betreffenden Literatur, so weit mir dieselbe zugänglich ist, ausdrücklich zu bemerken.

## 1.

Es bezeichne  $x$  einen vom sogenannten constanten Theil freien, „unregelmäßigen“ Beobachtungsfehler, und es sei  $\varphi(x)$  das Fehler-