

Integration verschiedener linearer Differentialgleichungen.

Von Simon Spitzer.

(Vorgetragen in der Sitzung am 16. Juli 1857.)

Wir übergeben hiemit der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften eine kleine Sammlung von Beispielen über die Integration linearer Differentialgleichungen, und wünschen, dass dieselbe als Anhang dienen möge zu unserer Abhandlung, die wir über Integration linearer Differentialgleichungen geschrieben. (Siehe Bd. XXV, S. 31 der Sitzungsberichte der mathem.-naturw. Classe.)

Integration der Gleichung

$$(1) \quad a_3 x^2 y''' + a_2 x y'' + a_1 y' + a_0 y = f(x).$$

Differentiirt man diese Gleichung μ -mal, so erhält man:

$$(2) \quad a_3 x^2 y^{(\mu+3)} + (a_2 + 2a_3 \mu) x y^{(\mu+2)} + [a_3 \mu^2 + (a_2 - a_3) \mu + a_1] y^{(\mu+1)} + a_0 y^{(\mu)} = f^{(\mu)}(x)$$

und setzt man:

$$y^{(\mu)} = z$$

und führt eine neue, unabhängige Variable ξ in Rechnung ein, mittelst der Substitution:

$$\xi^3 = x$$

wodurch

$$\frac{dz}{dx} = \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} \frac{dz}{d\xi}$$

$$\frac{d^2 z}{dx^2} = -\frac{2}{9} x^{-\frac{5}{3}} \frac{dz}{d\xi} + \frac{1}{9} x^{-\frac{4}{3}} \frac{d^2 z}{d\xi^2}$$

$$\frac{d^3 z}{dx^3} = \frac{10}{27} x^{-\frac{8}{3}} \frac{dz}{d\xi} - \frac{2}{9} x^{-\frac{7}{3}} \frac{d^2 z}{d\xi^2} + \frac{1}{27} x^{-\frac{6}{3}} \frac{d^3 z}{d\xi^3}$$

wird, so erhält man: