Gelangt man bei irgend einer Bestimmung des Coëfficienten u für einen Kegelschnittspunkt, der einer gegebenen Bedingung genügen soll, auf eine Gleichung von der Form $au^2 + 2bu + c = o$, welche sagt, dass es im Allgemeinen zwei Punkte gibt, welche die gegebene Bedingung erfüllen, so ist es zweckmässiger, dafür die Gleichung der Sehne anzugeben, welche diese beiden Punkte verbindet. Bezeichnet man zu diesem Zwecke die beiden Wurzelwerthe der Gleichung $au^2 + 2bu + c = o$ mit $u_{,}$ und $u_{,,}$, ist also $u_{,} + u_{,,} = -\frac{2b}{a}$, und $u_{,}u_{,,} = \frac{c}{a}$, so erhalte ich die entsprechende Sehnengleichung, wenn ich diese Werthe von $u_{,} + u_{,,}$ und $u_{,}u_{,,}$ in die allgemeine Gleichung $y(u_{,} + u_{,,}) - u_{,}u_{,,}x - 2p - qx = o$ einsetze. Ich bekomme dann:

$$\underline{a(2p + qx) + 2by + cx = o.}$$

Anwendung auf das Problem.

Einem gegebenen Kegelschnitte ein Vieleck einzuzeichnen, dessen Seiten durch gegebene Punkte gehen.

Ich bezeichne die gegebenen Punkte mit 1, 2, 3, . . . n, ihre Coordinaten mit $x_{,}, y_{,}$; $x_{,,}, y_{,,}$; . . . x_n, y_n, und die Eckpunkte des zu suchenden Vieleckes mit $u_{,}, u_{,,}, u_{,,,}$ . . . u_n. Setzt man die Coordinaten der gegebenen Punkte in das Gleichungen-System für ein einem Kegelschnitte eingeschriebenes Vieleck ein, so erhält man mit Rücksicht auf die Figur 1 gewählte Anordnung folgende Bedingungsgleichungen:

$$\begin{array}{ll} y_{,}(u_{,} + u_{,,}) - u_{,}u_{,,}x_{,} - 2p - qx_{,} = o \;.\;.\;.\;. & 1 \\ y_{,,}(u_{,,} + u_{,,,}) - u_{,,}u_{,,,}x_{,,} - 2p - qx_{,,} = o \;.\;.\;.\;. & 2 \\ \quad\cdot \qquad\quad \cdot \qquad\quad \cdot & \\ \quad\cdot \qquad\quad \cdot \qquad\quad \cdot & \\ y_n(u_n + u_{,}) - u_n u_{,} x_n - 2p - qx_n = o \;.\;.\;.\;. & n. \end{array}$$

Drückt man den Werth von $u_{,,}$ aus den Gleichungen 2, 3, . . . n aus und setzt ihn in die Gleichung 1 ein, so wird die resultirende Endgleichung für $u_{,}$ den II. Grad nicht übersteigen, und ihre Form wird sein:

$$y_{,}(au_{,}^2 + 2bu_{,} + c) + x_{,}(a_{,}u_{,}^2 + 2b_{,}u_{,} + c_{,}) + 2p\,(a_{,,}u_{,}^2 + \\ + 2b_{,,}u_{,} + c_{,,}) = o = \Phi(u_{,}).$$