tritt; bezeichnen wir den solcherweise aus R_n entspringenden Ausdruck mit $R^1{}_n$, so haben wir

$$R_{n+1} = \binom{n}{r-1} \Delta^r u_0 + R^1 n.$$

Es ist, wie aus der Form von R_n erhellet,

$$R_r = \Delta^r u_0, \text{ also } R^1{}_r = \Delta^r u_1$$

und somit, nach der so eben aufgestellten Formel

$$R_{r+1} = \binom{r}{r-1} \Delta^r u_0 + \Delta^r u_1.$$

Hieraus folgt

$$R^1{}_{r+1} = \binom{r}{r-1} \Delta^n u_1 + \Delta^r u_2,$$

mithin weiter

$$R_{r+2} = \binom{r+1}{r-1} \Delta^r u_0 + \binom{r}{r-1} \Delta^r u_1 + \Delta^r u_2.$$

Ebenso ergibt sich

$$R_{r+3} = \binom{r+1}{r-1} \Delta^r u_0 + \binom{r+1}{r-1} \Delta^r u_1 + \binom{r}{r-1} \Delta^r u_2 + \Delta^r u_3$$

und allgemein

$$R_{r+p} = \binom{r+p-1}{r-1} \Delta^r u_0 + \binom{r+p-2}{r-1} \Delta^r u_1 + \ldots + \Delta^r u_p.$$

Setzt man $r + p = n$, so wird

$$R_n = \binom{n-1}{r-1} \Delta^r u_0 + \binom{n-2}{r-1} \Delta^r u_1 + \binom{n-3}{r-1} \Delta^r u_2 + \ldots + \Delta^r u_{n-r}.$$

Es lassen sich nun leicht zwei Grenzen angeben, zwischen welche R_n fällt: Es sei

$$\binom{n-k-1}{r-1} \Delta^r u_k \text{ das kleinste, und}$$

$$\binom{n-g-1}{r-1} \Delta^r u_g \text{ das grösste}$$

unter den Gliedern des Ausdruckes R_n, wobei die Vergleichung in algebraischem Sinne angestellt wird, also negative Grössen für kleiner gelten als positive, und zwar für um so kleiner, je grösser ihre numerischen Werthe sind, so liegt R_n offenbar zwischen den Grenzen

$$(n-r+1) \binom{n-k-1}{r-1} \Delta^r u_k$$

$$\text{und } (n-r+1) \binom{n-g-1}{r-1} \Delta^r u_g$$

oder auch: Es sei $\Delta^r u_k$ die kleinste, $\Delta^r u_g$ die grösste unter den Grössen $\Delta^r u_0$, $\Delta^r u_1$, $\Delta^r u_2$, ... $\Delta^r u_{n-r}$, so fällt R_n zwischen die Grenzen

$$\left[\binom{n-1}{r-1} + \binom{-2}{r-1} + \binom{n-3}{r-1} + \ldots + 1\right] \Delta^r u_k$$