welche Formeln eine weitere Abkürzung nicht gestatten, weil, wenn man sich dieselbe erlauben wollte, die Zeichen von $\cos E$ und $\cos E_1$ nicht richtig bestimmt bleiben würden.

Aus den vorstehenden Formeln ergibt sich aber:

$$\cos E^2 = \frac{\mu_1^2 (r_1^2 - r^2)(\mu_1 r \mp \mu r_1 \cos i)^2}{(\mu^2 r_1^2 - \mu_1^2 r^2)(\mu^2 r_1^2 + \mu_1^2 r^2 \mp 2\mu\mu_1 r r_1 \cos i)},$$

$$\cos E_1^2 = \frac{\mu^2 (r_1^2 - r^2)(\mu r_1 \mp \mu_1 r \cos i)^2}{(\mu^2 r_1^2 - \mu_1^2 r^2)(\mu^2 r_1^2 + \mu_1^2 r^2 \mp 2\mu\mu_1 r r_1 \cos i)};$$

also, wie man hieraus ferner leicht findet:

$$\sin E^2 = \frac{r_1^2 \{\mu^2 (\mu r_1 \mp \mu_1 r \cos i)^2 - \mu_1^2 (\mu_1 r \mp \mu r_1 \cos i)^2\}}{(\mu^2 r_1^2 - \mu_1^2 r^2)(\mu^2 r_1^2 + \mu_1^2 r^2 \mp 2\mu\mu_1 r r_1 \cos i)},$$

$$\sin E_1^2 = \frac{r^2 \{\mu^2 (\mu r_1 \mp \mu_1 r \cos i)^2 - \mu_1^2 (\mu_1 r \mp \mu r_1 \cos i)^2\}}{(\mu^2 r_1^2 - \mu_1^2 r^2)(\mu^2 r_1^2 + \mu_1^2 r^2 \mp 2\mu\mu_1 r r_1 \cos i)}.$$

Es ist daher auch jetzt, wie es sein muss:

$$\sin E : \sin E_1 = r_1 : r;$$

dagegen ist jetzt:

$$\cos E^2 : \cos E_1^2 = \mu_1^2 (\mu_1 r \mp \mu r_1 \cos i)^2 : \mu^2 (\mu r_1 \mp \mu_1 r \cos i)^2,$$

welches für $i = 0$ in:

$$\cos E^2 : \cos E_1^2 = \mu_1^2 : \mu^2$$

übergeht; auch ist nach dem Obigen:

$$\cos E : \cos E_1 = \mu_1 (\mu_1 r \mp \mu r_1 \cos i) : \mu (\mu r_1 \mp \mu_1 r \cos i),$$

folglich für $i = 0$:

$$\begin{aligned}\cos E : \cos E_1 &= \mu_1 (\mu_1 r \mp \mu r_1) : \mu (\mu r_1 \mp \mu_1 r)\\ &= \mp \mu_1 (\mu r_1 \mp \mu_1 r) : \mu (\mu r_1 \mp \mu_1 r),\end{aligned}$$

also:

$$\cos E : \cos E_1 = \mp \mu_1 : \mu,$$

ganz eben so wie wir schon in II. in diesem Falle gefunden haben.

Durch Division erhält man aus den vorhergehenden Formeln sogleich:

$$\tang E^2 = \frac{r_1^2 \{\mu^2 (\mu r_1 \mp \mu_1 r \cos i)^2 - \mu_1^2 (\mu_1 r \mp \mu r_1 \cos i)^2\}}{\mu_1^2 (r_1^2 - r^2)(\mu_1 r \mp \mu r_1 \cos i)^2},$$

$$\tang E_1^2 = \frac{r^2 \{\mu^2 (\mu r_1 \mp \mu_1 r \cos i)^2 - \mu_1^2 (\mu_1 r \mp \mu r_1 \cos i)^2\}}{\mu^2 (r_1^2 - r^2)(\mu r_1 \mp \mu_1 r \cos i)^2}.$$

Weil

$$\cos S = \frac{r^2 + r_1^2 - \overline{PP_1}^2}{2 r r_1}$$

und, wie man leicht findet: