was, weil

$$v\ sin\ i - w\ cos\ i = 0$$

ist, auf die höchst einfache Gleichung

$$\mu r_1 u v_1\ sin\ i = \pm \mu_1 r w u_1 \text{ oder } \frac{\mu u}{\mu_1 u_1}\ sin\ i = \pm \frac{rw}{r_1 v_1}$$

führt.

Weil bekanntlich $w = v\ tang\ i$ ist, so wird vorstehende Gleichung:

$$\frac{\mu u}{\mu_1 u_1}\ cos\ i = \pm \frac{rv}{r_1 v_1},$$

und wir haben daher jetzt die folgenden Gleichungen:

$$\frac{u}{u_1} = \frac{r^2}{r_1^2},\quad \frac{v}{v_1} = \pm \frac{\mu r_1 u}{\mu_1 r u_1}\ cos\ i = \pm \frac{\mu r}{\mu_1 r_1}\ cos\ i,$$

welche wegen ihrer Einfachheit jedenfalls sehr bemerkenswerth sind.

Aus der Gleichung

$$u^2 + v^2 + w^2 = r^2$$

erhält man, weil $w = v\ tang\ i$ ist, folglich:

$$u^2 + v^2\ sec\ i^2 = r^2,$$

also, weil nach dem Obigen

$$u = \frac{r^2}{r_1^2} u_1,\quad v = \pm \frac{\mu r}{\mu_1 r_1} v_1\ cos\ i$$

ist:

$$\frac{r^4}{r_1^4} u_1^2 + \frac{\mu^2 r^2}{\mu_1^2 r_1^2} v_1^2\ sec\ i^2\ cos\ i^2 = r^2,$$

folglich:

$$\mu_1^2 r^2 u_1^2 + \mu^2 r_1^2 v_1^2 = \mu_1^2 r_1^4.$$

Verbindet man hiermit die Gleichung

$$u_1^2 + v_1^2 = r_1^2,$$

indem man sie unter einer der beiden folgenden Formen schreibt:

$$\mu^2 r_1^2 u_1^2 + \mu^2 r_1^2 v_1^2 = \mu^2 r_1^4,$$

$$\mu_1^2 r^2 u_1^2 + \mu_1^2 r^2 v_1^2 = \mu_1^2 r^2 r_1^2;$$

so erhält man durch Subtraction dieser Gleichungen auf der Stelle:

$$(\mu^2 r_1^2 - \mu_1^2 r^2)\, u_1^2 = (\mu^2 - \mu_1^2)\, r_1^4,$$

$$(\mu^2 r_1^2 - \mu_1^2 r^2)\, v_1^2 = \mu_1^2 r_1^2 (r_1^2 - r^2);$$

also:

$$u_1^2 = \frac{(\mu^2 - \mu_1^2)\, r_1^4}{\mu^2 r_1^2 - \mu_1^2 r^2},\quad v_1^2 = \frac{\mu_1^2 r_1^2 (r_1^2 - r^2)}{\mu^2 r_1^2 - \mu_1^2 r^2};$$

und verbindet man nun hiermit die folgenden, aus dem Obigen sich unmittelbar ergebenden Gleichungen: