also nach dem Vorhergehenden:

$$\frac{\mu^2}{r_1^3} : \frac{\mu_1^2}{r^3} = r^2 : r_1^2,$$

woraus

$$\mu^2 : \mu_1^2 = r^2\, r_1^3 : r_1^2\, r^3 = r_1 : r$$

oder

$$\mu : \mu_1 = \sqrt{r_1} : \sqrt{r}$$

folgt. Also ist nach dem Obigen:

$$cos\ E = \mp \frac{(r_1^2 - r^2)\sqrt{r}}{r_1\sqrt{r_1} \pm r\sqrt{r}} \sqrt{\frac{r_1\sqrt{r_1} \pm r\sqrt{r}}{(r_1^2 - r^2)\,(r_1\sqrt{r_1} \mp r\sqrt{r})}},$$

$$cos\ E_1 = \frac{(r_1^2 - r^2)\sqrt{r_1}}{r_1\sqrt{r_1} \pm r\sqrt{r}} \sqrt{\frac{r_1\sqrt{r_1} \pm r\sqrt{r}}{(r_1^2 - r^2)\,(r_1\sqrt{r_1} \mp r\sqrt{r})}};$$

folglich

$$cos\ E : cos\ E_1 = \mp \sqrt{r} : \sqrt{r_1}.$$

Setzt man der Kürze wegen

$$K = \frac{r_1\sqrt{r_1} \pm r\sqrt{r}}{r_1^2 - r^2},$$

so ist:

$$cos\ E = \mp \frac{\sqrt{r}}{K}\sqrt{\frac{K}{r_1\sqrt{r_1} \mp r\sqrt{r}}},\ cos\ E_1 = \frac{\sqrt{r_1}}{K}\sqrt{\frac{K}{r_1\sqrt{r_1} \mp r\sqrt{r}}}.$$

Diese Formeln sind zwar etwas weitläufig; wollte man dieselben aber weiter vereinfachen, so würde man Gefahr laufen, dass die Vorzeichen der Cosinuse nicht richtig bestimmt blieben. In der That sind diese Formeln, welche bis jetzt unter der vorhergehenden Gestalt noch nicht bekannt waren, die einzigen, welche eine ganz unzweideutige Berechnung der Winkel E und E_1, die in der Astronomie bekanntlich die Elongationen der betreffenden Planeten von der Sonne genannt werden, gestatten; keine andere der bis jetzt in den astronomischen Lehrbüchern vorkommenden Formeln ist dies zu leisten im Stande.

Leicht ergibt sich mittelst des Obigen auch:

$$sin\ E^2 = \frac{(r_1 - r)\, r_1^2}{r_1^3 - r^3},\ sin\ E_1^2 = \frac{(r_1 - r)\, r^2}{r_1^3 - r^3}$$

oder:

$$sin\ E^2 = \frac{r_1^2}{r^2 + r\,r_1 + r_1^2},\ sin\ E_1^2 = \frac{r^2}{r^2 + r\,r_1 + r_1^2};$$