

haben dagegen v und v_1 ungleiche Vorzeichen, so ist:

$$\sqrt{1 + \left(\frac{dv}{du}\right)^2} = \pm \frac{r}{v}, \quad \sqrt{1 + \left(\frac{dv_1}{du_1}\right)^2} = \mp \frac{r_1}{v_1};$$

indem man die Vorzeichen immer so nimmt, dass die Quadratwurzeln positiv werden. Im ersten Falle führt die dritte der Gleichungen 9) zu der folgenden Gleichung:

$$\frac{v - v_1}{u - u_1} = - \frac{\mu \frac{u r_1}{v v_1} \mp \mu_1 \frac{u_1 r}{v v_1}}{\mu \frac{r_1}{v_1} \mp \mu_1 \frac{r}{v}};$$

im zweiten Falle dagegen führt die dritte der Gleichungen 9) zu der folgenden Gleichung:

$$\frac{v - v_1}{u - u_1} = - \frac{\mu \frac{u r_1}{v v_1} \pm \mu_1 \frac{u_1 r}{v v_1}}{\mu \frac{r_1}{v_1} \pm \mu_1 \frac{r}{v}};$$

so dass man also im Grunde doch nur die Gleichung

$$\frac{v - v_1}{u - u_1} = - \frac{\mu \frac{u r_1}{v v_1} \mp \mu_1 \frac{u_1 r}{v v_1}}{\mu \frac{r_1}{v_1} \mp \mu_1 \frac{r}{v}}$$

hat, auf welche wir daher im Folgenden auch nur unser Augenmerk richten wollen. Leicht bringt man diese Gleichung auf die Form:

$$\mu r_1 \left\{ \frac{v - v_1}{v_1} + \frac{u(u - u_1)}{v v_1} \right\} = \pm \mu_1 r \left\{ \frac{v - v_1}{v} + \frac{u_1(u - u_1)}{v v_1} \right\},$$

also auf die Form:

$$\mu r_1 (u^2 + v^2 - u u_1 - v v_1) = \mp \mu_1 r (u_1^2 + v_1^2 - u u_1 - v v_1),$$

folglich auf die Form:

$$\mu r_1 (r^2 - u u_1 - v v_1) \pm \mu_1 r (r_1^2 - u u_1 - v v_1) = 0,$$

eine Gleichung von sehr eleganter Gestalt.

Aus dieser Gleichung ergibt sich sogleich:

$$u u_1 + v v_1 = r r_1 \frac{\mu r \pm \mu_1 r_1}{\mu r_1 \pm \mu_1 r},$$

und da es nun in dem vorliegenden Falle zweier concentrischer Kreise offenbar ganz gleichgiltig ist, wo man in dem einen der beiden gegebenen Kreise den willkürlich anzunehmenden Punkt hin verlegt, so wollen wir $u_1 = 0$, $v_1 = r_1$ setzen, wodurch wir mittelst der obigen Gleichung sogleich

$$v = r \frac{\mu r \pm \mu_1 r_1}{\mu r_1 \pm \mu_1 r}$$