

Gleichung 4) und die zweite der Gleichungen 8) identisch erfüllt, so dass man jetzt also zur Bestimmung der vier Coordinaten u , v und u_1 , v_1 nach dem Obigen nur die drei folgenden Gleichungen hat:

$$\left. \begin{aligned} v &= f(u), \quad v_1 = f_1(u_1); \\ \frac{v - v_1}{u - u_1} &= \frac{\mu \frac{dv}{du} \sqrt{1 + \left(\frac{dv_1}{du_1}\right)^2} \mp \mu_1 \frac{dv_1}{du_1} \sqrt{1 + \left(\frac{dv}{du}\right)^2}}{\mu \sqrt{1 + \left(\frac{dv_1}{du_1}\right)^2} \mp \mu_1 \sqrt{1 + \left(\frac{dv}{du}\right)^2}} \end{aligned} \right\} 9^*)$$

Daher ist die Aufgabe im vorliegenden Falle unbestimmt, und man wird also in diesem Falle immer den einen der beiden Punkte (u v) oder (u_1 v_1) in der ersten oder zweiten Curve willkürlich annehmen können, wodurch die erste oder zweite der drei Gleichungen 9) erfüllt wird, und die beiden Coordinaten des andern Punktes dann mittelst der beiden anderen der drei Gleichungen 9) bestimmt werden müssen.

II.

In den astronomischen Lehrbüchern hat, wie schon in der Einleitung erwähnt worden ist, der Fall mehrfache Behandlung gefunden, wenn die beiden gegebenen Curven zwei in der Ebene der x y liegende concentrische Kreise sind. Nehmen wir den gemeinschaftlichen Mittelpunkt dieser beiden Kreise als Anfang der x y an, und bezeichnen die Halbmesser der beiden Kreise durch r und r_1 , so haben wir die beiden Gleichungen:

$$u^2 + v^2 = r^2, \quad u_1^2 + v_1^2 = r_1^2;$$

aus denen sich:

$$u + v \frac{dv}{du} = 0, \quad u_1 + v_1 \frac{dv_1}{du_1} = 0;$$

also:

$$\frac{dv}{du} = -\frac{u}{v}, \quad \frac{dv_1}{du_1} = -\frac{u_1}{v_1};$$

folglich:

$$1 + \left(\frac{dv}{du}\right)^2 = \frac{u^2 + v^2}{v^2} = \frac{r^2}{v^2}, \quad 1 + \left(\frac{dv_1}{du_1}\right)^2 = \frac{u_1^2 + v_1^2}{v_1^2} = \frac{r_1^2}{v_1^2}$$

ergibt. Haben nun v und v_1 gleiche Vorzeichen, so ist:

$$\sqrt{1 + \left(\frac{dv}{du}\right)^2} = \pm \frac{r}{v}, \quad \sqrt{1 + \left(\frac{dv_1}{du_1}\right)^2} = \pm \frac{r_1}{v_1};$$