Die Gleichungen der in den Punkten $(u\,v\,w)$ und $(u_1\,v_1\,w_1)$ an die beiden Curven gelegten Berührenden sind nach den Lehren der analytischen Geometrie:

$$3)\quad \begin{cases} y - v = \dfrac{dv}{du}(x-u), \; z - w = \dfrac{dw}{du}(x-u) \text{ und} \\ y - v_1 = \dfrac{dv_1}{du_1}(x-u_1), \; z - w_1 = \dfrac{dw_1}{du_1}(x-u_1). \end{cases}$$

Sollen diese Berührenden, wie die Aufgabe verlangt, sich schneiden, so muss bekanntlich die Bedingungsgleichung

$$\left.\begin{array}{l} \left(\dfrac{dv}{du} - \dfrac{dv_1}{du_1}\right)\left\{\left(w - u\dfrac{dw}{du}\right) - \left(w_1 - u_1\dfrac{dw_1}{du_1}\right)\right\} \\ -\left(\dfrac{dw}{du} - \dfrac{dw_1}{du_1}\right)\left\{\left(v - u\dfrac{dv}{du}\right) - \left(v_1 - u_1\dfrac{dv_1}{du_1}\right)\right\} \end{array}\right\} = 0$$

stattfinden, welche man leicht auf die folgende Form bringt:

$$4)\quad \left.\begin{array}{r} (u-u_1)\left(\dfrac{dv}{du}\cdot\dfrac{dw_1}{du_1} - \dfrac{dw}{du}\cdot\dfrac{dv_1}{du_1}\right) + (v-v_1)\left(\dfrac{dw}{du} - \dfrac{dw_1}{du_1}\right) \\ -(w-w_1)\left(\dfrac{dv}{du} - \dfrac{dv_1}{du_1}\right) \end{array}\right\} = 0.$$

Bezeichnen wir nun die Coordinaten des Durchschnittspunktes der beiden Berührenden durch x, y, z, so müssen, natürlich unter der Voraussetzung, dass die vorstehende Bedingungsgleichung erfüllt ist, diese drei Coordinaten aus den vier Gleichungen 3) bestimmt werden. Zur Bestimmung von x erhält man aus diesen Gleichungen durch Subtraction:

$$v_1 - v = \left(\frac{dv}{du} - \frac{dv_1}{du_1}\right)x - \left(u\frac{dv}{du} - u_1\frac{dv_1}{du_1}\right),$$

$$w_1 - w = \left(\frac{dw}{du} - \frac{dw_1}{du_1}\right)x - \left(u\frac{dw}{du} - u_1\frac{dw_1}{du_1}\right);$$

also:

$$5)\quad \begin{cases} x = \dfrac{v_1 - v + \left(u\dfrac{dv}{du} - u_1\dfrac{dv_1}{du_1}\right)}{\dfrac{dv}{du} - \dfrac{dv_1}{du_1}}, \\ x = \dfrac{w_1 - w + \left(u\dfrac{dw}{du} - u_1\dfrac{dw_1}{du_1}\right)}{\dfrac{dw}{du} - \dfrac{dw_1}{du_1}}; \end{cases}$$